

非常规油气藏压裂水平井动态缝网模拟方法及应用

刘传喜, 方文超, 秦学杰

(中国石化石油勘探开发研究院, 北京 100083)

摘要:非常规油气藏压裂水平井投产后, 储层压力变化导致压裂缝产生形变, 表现出动态缝网特征, 对油气井产能具有重要影响。为准确模拟动态缝网对非常规油气藏开发的影响, 提高开发方案设计水平, 首先构建了描述裂缝宽度时变性及裂缝宽度非均匀分布的裂缝形变数学模型, 可同时模拟裂缝宽度和长度的变化; 然后采用传导率修正技术, 将裂缝形变数学模型与离散裂缝数值模拟模型进行耦合, 形成了可模拟动态缝网的油藏数值模拟器; 最后将模拟器应用于典型模型和实际压裂水平井模型的模拟, 构建了不同生产时期的动态缝网模型, 明确了动态缝网对生产井产量的影响规律。模拟结果表明, 考虑动态缝网的数值模拟生产动态与实际生产动态符合率更高。

关键词:裂缝形变; 数值模拟; 压裂水平井; 动态缝网; 非常规油气藏

中图分类号:TE357

文献标识码:A

Simulation of dynamic fracture network in fractured horizontal well for unconventional reservoirs: Theory and application

Liu Chuanxi, Fang Wenchao, Qin Xuejie

(Petroroleum Exploration and Production Research Institute, SINOPEC, Beijing 100083, China)

Abstract: When a fractured horizontal well in unconventional reservoirs is brought online, change in reservoir pressure may lead to fracture deformation, resulting in the formation of dynamic fracture network that greatly affects well productivity. To simulate the effect of dynamic fracture network on the development of unconventional reservoirs and improve the designation level of development strategy, the study builds a mathematical model to characterize the time variant and the heterogeneous distribution of fracture width, which can simultaneously simulate the changes of fracture width and fracture length in a reservoir. Then, the conductivity modification technique is adopted to couple the fracture deformation model with discrete fracture simulation model. A reservoir numerical simulator that can model dynamic fracture network is then developed. Finally, the simulator is applied to the simulation of a typical reservoir model and an actual fractured horizontal well model, respectively. Dynamic fracture network models for different production periods are thereby obtained, and the effect of dynamic fracture network on the well productivity is clarified. In all, the simulation results indicate that the simulated performance is in better agreement with practical well performance when the fracture deformation is considered in the simulator.

Key words: fracture deformation, numerical simulation, fractured horizontal well, dynamic fracture network, unconventional reservoir

引用格式: 刘传喜, 方文超, 秦学杰. 非常规油气藏压裂水平井动态缝网模拟方法及应用[J]. 石油与天然气地质, 2022, 43(3): 696-702. DOI: 10.11743/ogg20220317.

Liu Chuanxi, Fang Wenchao, Qin Xuejie. Simulation of dynamic fracture network in fractured horizontal well for unconventional reservoirs: Theory and application [J]. Oil & Gas Geology, 2022, 43(3): 696-702. DOI: 10.11743/ogg20220317.

收稿日期: 2021-07-20; 修订日期: 2022-01-12。

第一作者简介: 刘传喜(1964—), 男, 教授级高级工程师, 油气田开发工程。E-mail: lex5189.syky@sinopec.com。

基金项目: 中国石化科技部项目(P19031-2)。

非常规油气藏压裂水平井进入生产期,压裂缝网形态并不是静态不变的,而是随着开发过程的进行,缝内压力发生变化,表现出动态缝网特征^[1-4]。2016年,Vermilye等^[5]采用生产期微地震监测手段,获取一口压裂水平井投产后由于应力和流体扰动所产生的微地震事件点,证实了缝网的动态变化特征,并提出了动态生产体积APV(active production volume)概念。监测结果表明储层中的压裂改造范围在生产期迅速缩小,2年后的APV约为初始改造体积的一半,3年后的APV几乎消失。这与目前非常规油气藏生产井初期产量相对较高但随后快速递减并维持长期低产的生产规律相吻合^[6-7]。

压裂缝网的动态变化对生产期储层的供给能力和井的产量大小具有重要影响,是开发调整方案制定和实施的重要依据^[8-10]。但目前尚未建立针对实际储层中缝网动态变化过程的数值模拟方法,即目前用于油藏数值模拟的缝网模型保持为压裂后的初始缝网形态,不随储层压力发生变化。本研究在构建压裂缝网形变数学模型和数值模型的基础上,采用传导率修正技术将裂缝形变模型与离散裂缝数值模拟器进行耦合,研发了具有模拟动态缝网功能的数值模拟器,并开展实例应用。

1 裂缝形变数学模型

非常规油气藏水平井压裂形成缝网后,随着开采进行,裂缝中流体压力会产生较大波动,加之裂缝面上岩石应力的作用,导致开采过程中裂缝属性(宽度和渗透率)发生变化。实验表明^[11-13],压裂裂缝宽度随裂缝面上有效应力的变化遵循双曲模型(图1)。曲线的变

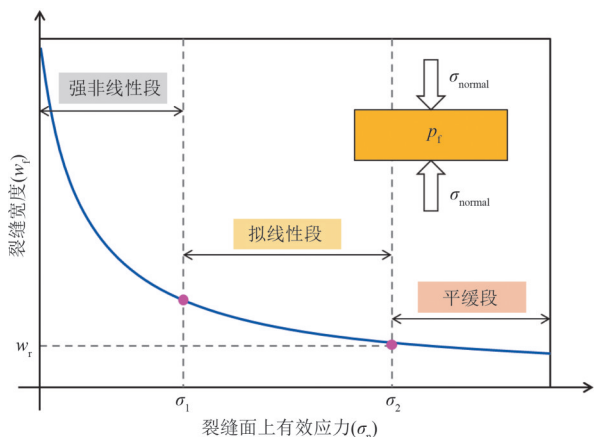


图1 裂缝宽度随有效应力变化的双曲模型示意图

Fig. 1 Schematic sketch of hyperbolic model showing variation of fracture width with effective stress

化分为3个阶段:随着裂缝面上有效应力的增大(缝内压力降低),初始阶段裂缝宽度呈非线性急剧下降;裂缝空间压缩到一定程度后,支撑剂的抗压强度发挥作用,此时继续增大有效应力则使裂缝宽度呈缓慢拟线性下降;当裂缝空间压缩逼近极限时,裂缝宽度对有效应力变化不敏感,此时宽度变化进入平缓段。3个阶段在横坐标上的分界点为 σ_1 (有效应力,MPa)和 σ_2 ,其中 σ_2 为裂缝宽度下降至极限点的极限有效应力,MPa;对应的宽度称为残余裂缝宽度 w_r ;当有效应力大于 σ_2 后,所建立的数学模型规定裂缝宽度不随有效应力的变化而变化,保持为 w_r 。

将图1的双曲模型用如下公式进行定量表征:

$$\begin{cases} w_f = w_r & (\sigma_n \geq \sigma_2) \\ w_f = w_{\max} \left[1 - \beta \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_n + \Psi} \right) \right] & (0 < \sigma_n < \sigma_2) \\ w_f = w_{\max} & (\sigma_n \leq 0) \end{cases} \quad (1)$$

式中: w_f 为裂缝宽度,m; $w_{\max}$ 为初始裂缝宽度,m; β 为与裂缝力学性能相关的无因次特征参数; Ψ 为裂缝刚度,MPa; σ_n 为裂缝面上有效应力,MPa,其计算公式为:

$$\sigma_n = \sigma_{\text{normal}} - p_f \quad (2)$$

式中: σ_{normal} 为裂缝面上的总正应力,MPa; p_f 为裂缝内的流体压力,MPa。

特征参数 β 的计算表达式为:

$$\beta = (1 - \theta_{\text{res}}) \left(\frac{\sigma_2 + \Psi}{\sigma_2} \right) \quad (3)$$

式中: θ_{res} 为无因次残余裂缝宽度系数,即残余裂缝宽度与最大裂缝宽度的比值:

$$\theta_{\text{res}} = \frac{w_r}{w_{\max}} \quad (4)$$

裂缝刚度 Ψ 与双曲模型曲线的曲率密切相关, Ψ 越大,曲率越小,意味着裂缝宽度下降的速度越小,曲线越接近线性,如图2所示,图中计算参数分别为 $\sigma_2=20$ MPa, $\theta_{\text{res}}=0.1$ 。

在实际储层中,沿裂缝走向的裂缝宽度分布并不是一个定值,而是呈“两头窄中间宽”的分布形态。为实现对裂缝变形更加真实的模拟,先对裂缝进行线剖分,然后采用二次函数对各个线单元的初始裂缝宽度 $w_{\max}$ 进行赋值(图3)。

将描述裂缝宽度随应力变化的双曲模型与描述裂缝宽度非均匀分布的二次函数模型进行结合,则不仅可模拟生产过程中裂缝宽度的变化,还可以模拟裂缝长度的变化,使裂缝变形模拟更贴近实际(图4)。

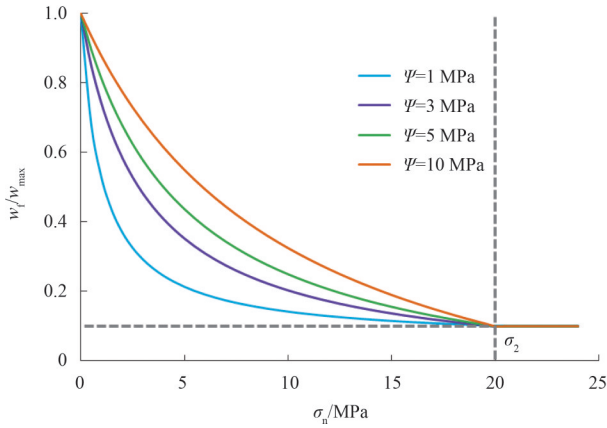


图2 裂缝变形双曲模型曲线形态与裂缝刚度之间的关系

Fig. 2 Hyperbolic curves for fracture deformation under different fracture stiffness

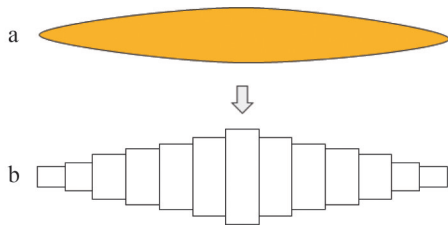


图3 实际裂缝宽度的非均匀分布及其表征方法

Fig. 3 Non-uniform distribution of fracture width along a real fracture and the characterization method of the fracture width distribution

a. 实际压裂裂缝形态; b. 模拟裂缝形态(对裂缝进行线剖分)

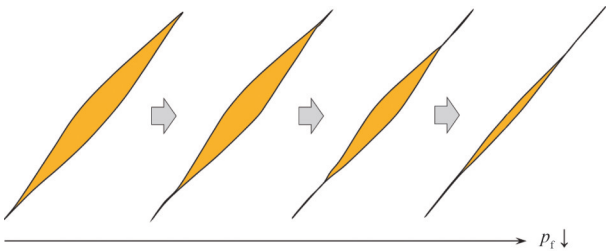


图4 模拟裂缝长度和宽度动态变化示意图

Fig. 4 Schematic sketch of the dynamic fracture width and length modeled in the simulator

2 裂缝形变数值模拟方法

采用基于非结构化网格的离散裂缝模型(DFM)开展裂缝形变模拟,离散裂缝模型在模拟过程中保持了裂缝原始分布和形态,对裂缝形变过程的模拟具有较好适应性。技术思路为:通过传导率修正的方式,将裂缝形变数学模型与离散裂缝数值模拟模型进行耦合,形成具有模拟裂缝形变功能的离散裂缝数值模拟器。

2.1 离散裂缝模型传导率计算

在DFM模型中,任意两个相邻网格*i*和*j*之间的传导率可采用以下公式计算^[14]:

$$T_{ij} = \frac{T_i T_j}{T_i + T_j} \quad (5)$$

式中: T_{ij} 为*i*和*j*之间的全传导率, m^3 ; T_i 和 T_j 分别为网格*i*和网格*j*与网格界面之间的半传导率, m^3 。

上式即为DFM模型中常采用的两点流动近似(TPFA)方法^[15-16]。该方法分开计算不同类型介质(基质、裂缝)的传导率,更易于观察不同类型介质中流动机理的不同。

单个网格与网格界面之间半传导率的计算公式为:

$$T_i = \frac{A_{ij} K_i}{d} \quad (6)$$

式中: A_{ij} 为网格*i*与*j*的网格界面面积, m^2 ; K_i 为网格*i*渗透率, m^2 ; d 为网格界面到网格中心点(基质网格为三角形形心,裂缝网格为四边形对角线交点*O*)垂直距离, m 。对于裂缝网格:

$$d = \frac{w_f}{2} \quad (7)$$

如图5所示,DFM模型的网格类型有两种,分别为基质网格(*m*)和裂缝网格(*f*),对应着两种网格半传导率 T_m 和 T_f 。网格的邻接类型有3种,分别为基质-基质(①)、基质-裂缝(②)和裂缝-裂缝(③),对应着3种全传导率 T_{m-m} 、 T_{m-f} 和 T_{f-f} 。对裂缝形变进行模拟的核心方法就是利用裂缝形变数学模型对裂缝半传导率进行修正,进而修正与裂缝网格相关的全传导率,达到裂缝形变与流体流动耦合模拟的目的。

2.2 裂缝形变数值表征

将裂缝形变模型与裂缝网格半传导率耦合,即将公式(1)代入公式(6):

$$\begin{cases} T_f(p) = T_{f0} \frac{1}{\theta_{res}} & (\sigma_n \geq \sigma_2) \\ T_f(p) = T_{f0} \frac{1}{1 - \beta \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_n + \psi} \right)} & (0 < \sigma_n < \sigma_2) \\ T_f(p) = T_{f0} & (\sigma_n \leq 0) \end{cases} \quad (8)$$

式中: T_{f0} 为裂缝网格初始半传导率, m^3 ,计算式为:

$$T_{f0} = \frac{2A_{i,f} K_f}{w_{max}} \quad (9)$$

式中: $A_{i,f}$ 表示网格*i*与裂缝网格*f*界面面积, m^2 ; K_f 为

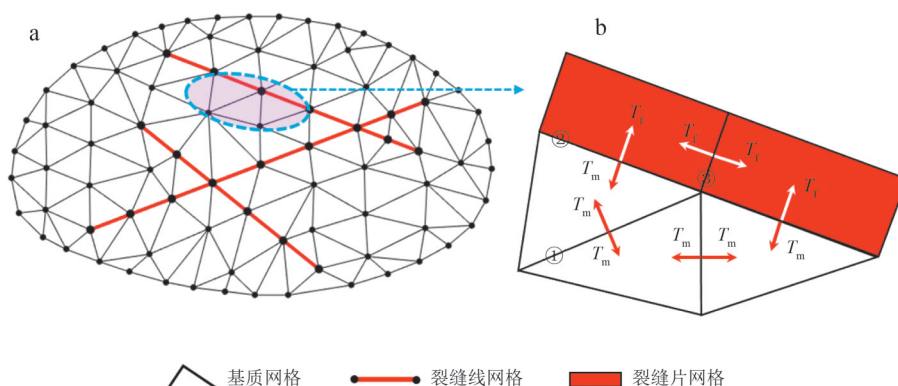


图5 模拟器中2种网格和3种传导率示意图

Fig. 5 Schematic sketch of two kinds of grids and three kinds of transmissibility in the simulator

a. 典型非结构化离散裂缝网格模型; b. 离散裂缝模型中的网格连接和传导率

(①, ②, ③为网格交界面类型编号。)

裂缝网格渗透率, m^2 。考虑裂缝变形效应的裂缝半传导率具有时变特征, 公式(8)中 σ_n 与裂缝中的流体压力密切相关。考虑裂缝变形效应的跨尺度耦合流动全传导率计算仍基于TPFA方法[公式(5)], 此时, 与裂缝网格相关的全传导率(基质-裂缝, 裂缝-裂缝)也具备时变特征。即, 基质网格(m)-裂缝网格(f)流动全传导率计算公式为:

$$T_{m-f}(p) = \frac{T_m T_f(p)}{T_m + T_f(p)} \quad (10)$$

裂缝网格(f_1)-裂缝网格(f_2)流动全传导率计算公式为:

$$T_{f_1-f_2}(p) = \frac{T_{f_1}(p) T_{f_2}(p)}{T_{f_1}(p) + T_{f_2}(p)} \quad (11)$$

在模拟计算过程中, 首先计算出只与网格几何参数有关的裂缝网格初始半传导率矩阵, 而后在每一步模拟过程中对半传导率和全传导率进行修正。

3 动态缝网模拟实例应用

3.1 典型模型动态缝网模拟

建立致密油藏中一口多段压裂水平井典型模型, 如图6所示, 以直观研究裂缝变形效应对油藏开发的影响。典型模型的尺寸为 $400 \text{ m} \times 200 \text{ m}$, 水平井长度设计为 300 m , 压裂段数为7段, 半缝长为 60 m 。

表1总结了涉及到的模拟参数, 模拟时间为 365 d 。裂缝应力参数设置为: 残余裂缝宽度系数 $\theta_{\text{res}} = 0.1$, 极限有效应力 $\sigma_2 = 12 \text{ MPa}$, 油藏总正应力在各网格间均匀分布 $\sigma_{\text{normal}} = 20 \text{ MPa}$ 。为模拟水力压裂缝的缝宽在长度方向上的非均匀分布现象, 对每一条裂缝的不同位

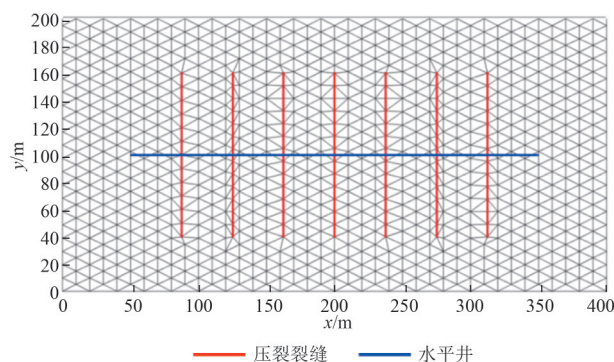


图6 用于裂缝变形模拟的多段压裂水平井网格模型

Fig. 6 Mesh model containing multi-stage fractures for the simulation of fracture deformation

表1 多段压裂水平井模型数值模拟参数

Table 1 Simulation parameters of the multi-stage fractured well model

参数	取值	参数	取值
油藏压力/MPa	20	原油压缩系数/ MPa^{-1}	1×10^{-3}
基质渗透率/ $(10^{-3} \mu\text{m}^2)$	0.01	地层原油粘度/ $(\text{mPa} \cdot \text{s})$	5
基质孔隙度/%	8	地层原油密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	850
裂缝渗透率/ $(10^{-3} \mu\text{m}^2)$	5	原油体积系数	1.13
岩石压缩系数/ MPa^{-1}	1×10^{-5}	生产时定井底流压/MPa	10

置赋了不同的缝宽初值, 每条裂缝的宽度呈现“两头窄中间宽”的分布规律, 缝宽范围为 $1 \sim 10 \text{ mm}$ 。

模型中设置的裂缝变形程度分为无裂缝变形、弱裂缝变形 ($\Psi = 10 \text{ MPa}$) 和强裂缝变形 ($\Psi = 2 \text{ MPa}$)。利用模拟器计算得到的水平井产量和累计产量变化曲线如图7所示。由图可知, 裂缝变形显著降低了油井初产, 其后一直保持低产水平, 主要因为在衰竭式开采条件下, 开井初期裂缝中的压力快速下降, 导致裂缝快速闭合, 储层供给能力急剧降低, 从而极大降低了水平井

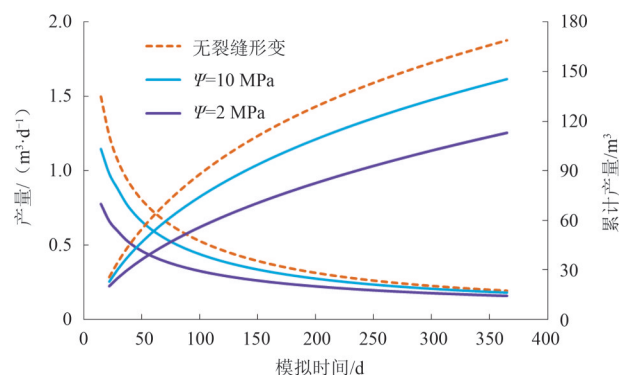


图7 不同裂缝刚度对应的水平井生产动态曲线

Fig. 7 Production dynamic curves obtained under different fracture stiffness

产能,如图8所示不同裂缝刚度对应的不同模拟时间点压力分布图。图8表明,考虑裂缝形变效应后,裂缝的导流能力显著降低,井周围的压降幅度明显缩小。此外,对比可看出, $\Psi=2$ MPa时,裂缝导流能力的减弱首先发生在裂缝的两端,且减弱程度最大。当裂缝中间处的导流能力处于相对较高的水平时,裂缝两端的压降程度仍然很小,这主要是因为裂缝两端的宽度小,因此在压力下降过程中优先闭合。

图9为不同时期缝网裂缝宽度分布图,即动态缝网模型。可看出,裂缝形变的过程由裂缝两端向中间延伸。在生产初期,裂缝形态变化较剧烈,闭合速度较快;到了生产中后期,闭合速度变慢;模拟期末,裂缝两

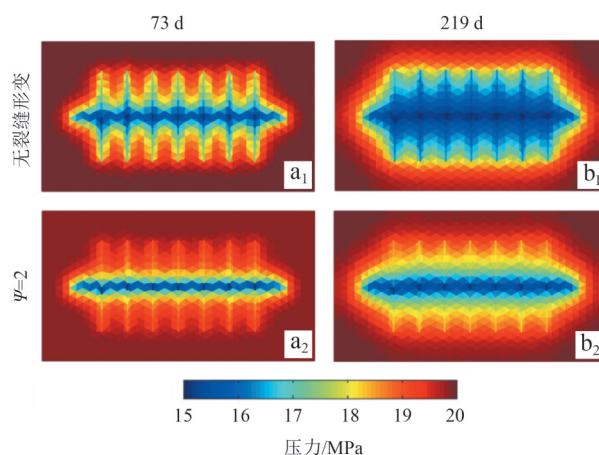


图8 不同裂缝刚度对应的压力分布变化

Fig. 8 Reservoir pressure variation under different fracture stiffness

端的缝宽基本接近极限宽度,这与图1所示的裂缝宽度的双曲变化规律相吻合。

3.2 实际井动态缝网模拟

为研究油田实际井的动态缝网变化特征及其对井产量的影响,选取鄂尔多斯盆地某致密油藏EN125井开展动态缝网构建和油藏数值模拟。EN125井水平段长780 m,压裂段数7段,泵注总液量1 482 m³,总砂(陶粒)量176 m³,排量3 m³/min,井周围局部发育有天然裂缝。采用压裂模拟方法预测了该井的压裂缝网模型,

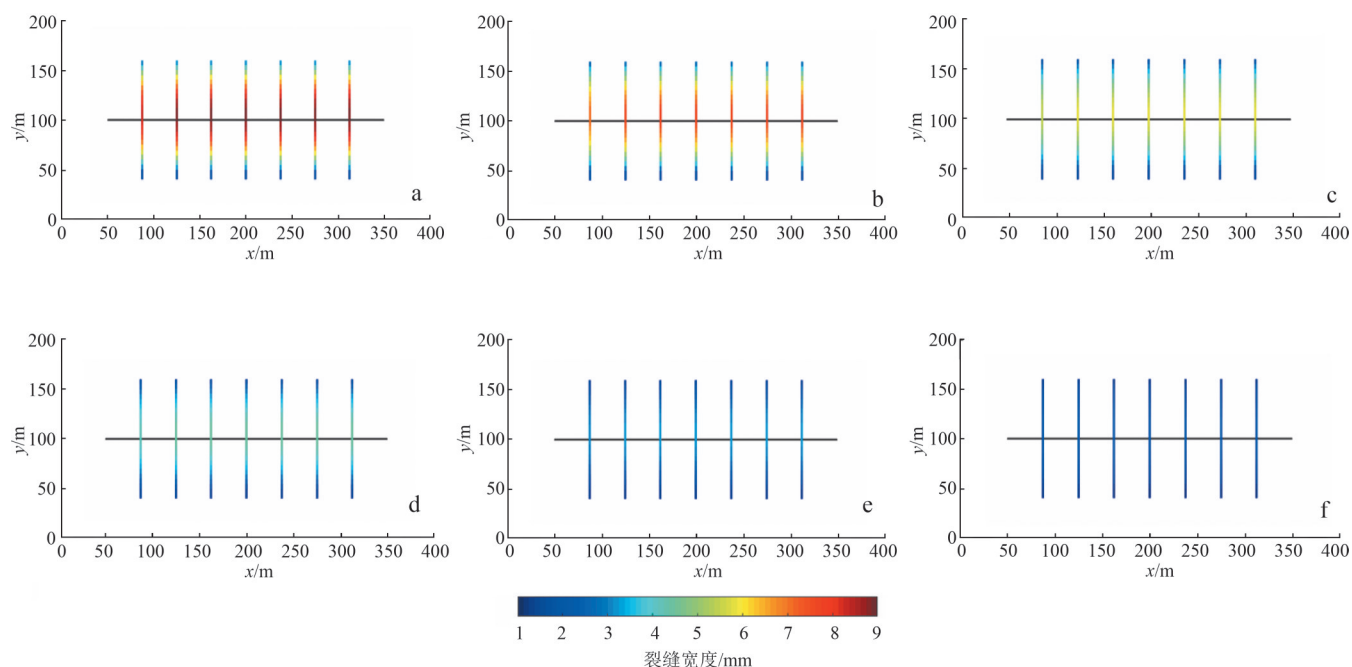


图9 数值模拟不同生产时期的动态缝网模型

Fig. 9 Dynamic fracture network models at different production periods in the numerical simulator

a. 第7 d; b. 第22 d; c. 第44 d; d. 第80 d; e. 第146 d; f. 第226 d

如图10a所示。

图10b为EN125井离散裂缝数值模拟网格模型,基质渗透率 $0.36 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,基质孔隙度8%,裂缝初始宽度范围1~10 mm,原始油藏压力18 MPa,流体粘度3.2 mPa·s,模型考虑了致密油藏启动压力梯度,实验测试结果为0.18 MPa/m。拟合后的压裂裂缝形变参数:残余裂缝宽度系数 $\theta_{\text{res}}=0.1$,裂缝刚度 $\Psi=2 \text{ MPa}$,极限有效应力 $\sigma_2=12 \text{ MPa}$,油藏总正应力在各网格间均匀分布 $\sigma_n=18 \text{ MPa}$ 。

图11为模拟1年得到的EN125井在不同时期的动态缝网模型。可见,裂缝动态闭合主要发生在生产初期的1~2个月内,到后期逐渐放缓。整个过程中动态缝网的变化规律为:主裂缝沟通的天然裂缝首先闭

合,水力裂缝的宽度变小;而后水力裂缝由两端向中间逐渐闭合。图11表明,压裂形成的初始缝网在1年后会发生显著变化,缝网规模明显变小,与文献中的实际井监测结果相符^[5]。

为更直观研究动态缝网对压裂水平井产量的影响,采用离散裂缝数值模拟器对EN125井开展了两种情况下的模拟。一种情况是考虑裂缝闭合,另一种情况是不考虑裂缝闭合,其他参数均一致。将两种情况下的模拟产液量与该井实际产液量进行拟合,结果如图12所示。

图12表明,当不考虑裂缝闭合时,模拟产液量明显高于井的实际产液量,特别是初期产量吻合率较低,因为此期间储层中裂缝闭合对产量的影响并未在模拟

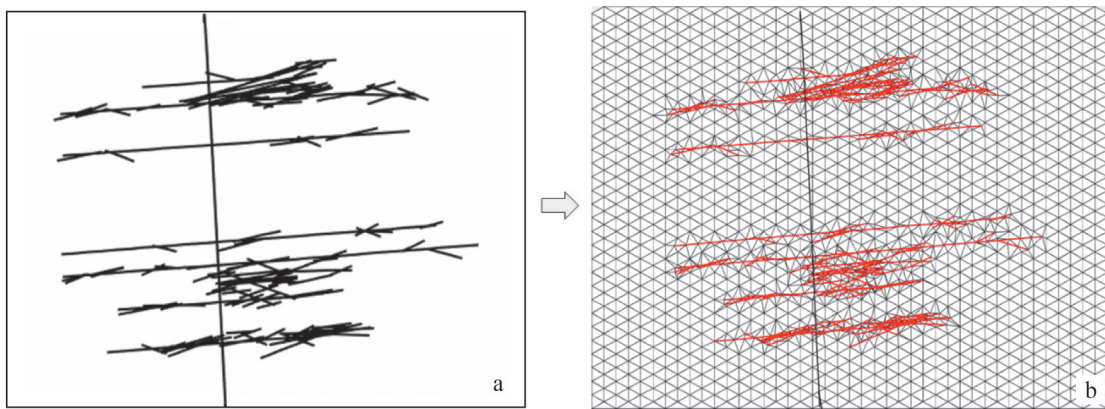


图10 EN125井压裂缝网模型(a)及对应的油藏数值模拟网格模型(b)

Fig. 10 Fracture network model (a) and corresponding reservoir numerical simulation mesh model (b) for Well EN125

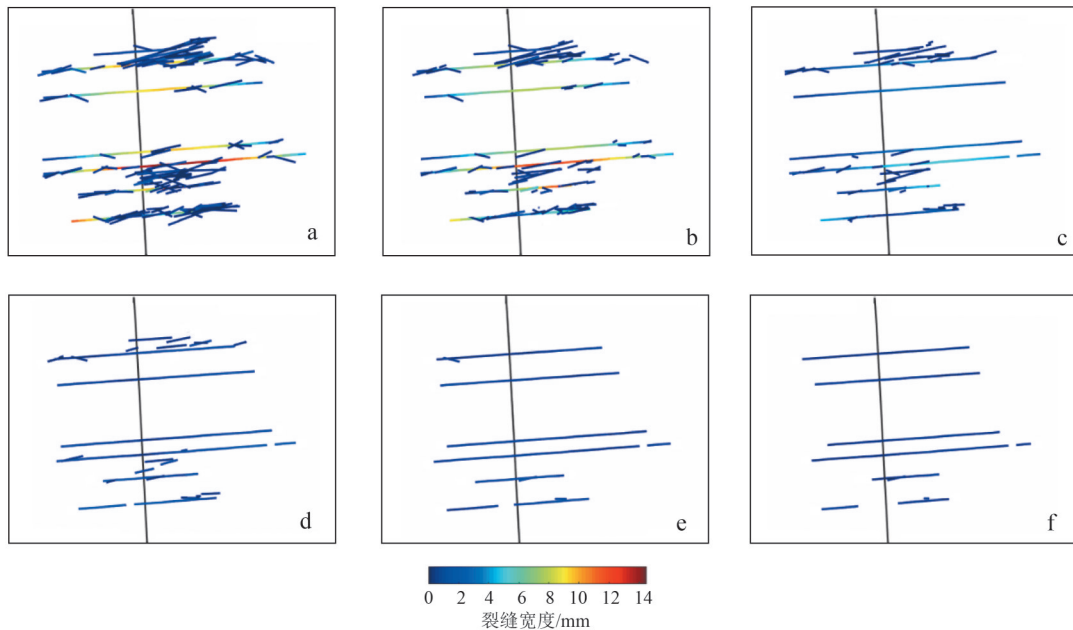


图11 EN125井不同生产时期的动态缝网模型

Fig. 11 Dynamic fracture network models at different production periods for Well EN125

a. 第1时间步; b. 第3时间步; c. 第15时间步; d. 第31时间步; e. 第41时间步; f. 第49时间步

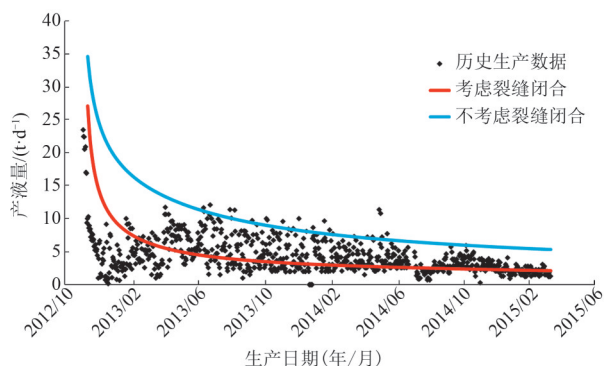


图12 EN125井裂缝闭合对产量的影响

Fig. 12 Effect of fracture closure on Well EN125 production

器中体现。而在相同物性和流体参数条件下,当在模拟器中考虑裂缝闭合时,模拟产液量与实际产液量差别较小,特别是初期产量较容易拟合上。因此,动态缝网对致密油藏压裂水平井的产量影响显著,在数值模拟过程中考虑动态缝网更加符合致密油藏生产实际,开发方案设计精度也将更高。

4 结论

1)压裂缝网是非常规油气藏中的主要渗流通道,油气井投产后,由于压裂缝内压力发生变化,裂缝发生动态形变,表现出动态缝网特征,对油气井产能具有重要影响。

2)建立了表征裂缝形变的双曲数学模型及描述裂缝宽度非均匀分布的二次函数模型,可同时模拟裂缝宽度和长度的动态变化。

3)采用传导率修正方式,将裂缝形变数学模型与离散裂缝数值模拟模型耦合,形成了具有模拟裂缝形变功能的离散裂缝数值模拟器。

4)建立了一口压裂水平井典型模型和一口致密油藏实际压裂水平井模型,应用模拟器进行模拟,构建了不同生产时期的动态缝网,验证了动态缝网模拟功能和可靠性。

参 考 文 献

- [1] Guo T, Zhang S, Gao J, et al. Experimental study of fracture permeability for stimulated reservoir volume (SRV) in shale formation [J]. *Transport in Porous Media*, 2013, 98(3): 525–542.
- [2] Wang H Y, Yi S T, Sharma M M. A computationally efficient approach to modeling contact problems and fracture closure using superposition method [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2018, 93: 276–287.
- [3] 赵向原, 吕文雅, 王策, 等. 低渗透砂岩油藏注水诱导裂缝发育的主控因素——以鄂尔多斯盆地安塞油田W区长6油藏为例[J]. *石油与天然气地质*, 2020, 41(3): 142–151.

Zhao Xiangyuan, Lyu Wenya, Wang Ce, et al. Major factors con-

trolling waterflooding-induced fracture development in low-permeability reservoirs: A case study of Chang 6 reservoir in W block in Ansai oilfield, Ordos Basin [J]. *Oil & Gas Geology*, 2020, 41(3): 142–151.

- [4] 朱海燕, 徐鑫勤, 钟安海, 等. 深层页岩油水平井密切割裂缝均衡扩展数值模拟——以胜利油田YYP1井为例[J]. *石油与天然气地质*, 2022, 43(1): 229–240.
- Zhu Haiyan, Xu Xinqin, Zhong Anhai, et al. Numerical simulation of evenly propagating hydraulic fractures with smaller cluster spacing in the horizontal well YYP1 for deep shale oil in the Shengli Oilfield [J]. *Oil & Gas Geology*, 2022, 43(1): 229–240.
- [5] Vermilye J, Sicking C. Microseismic maps production volume [J]. *The American Oil & Gas Reporter*, 2016, 59(1): 81–87.
- [6] 齐亚东, 王军磊, 庞正炼, 等. 非常规油气井产量递减规律分析新模型[J]. *中国矿业大学学报*, 2016, 45(4): 772–778.
- Qi Yadong, Wang Junlei, Pang Zhenglian, et al. A novel empirical model for rate decline analysis of oil and gas wells in unconventional reservoirs [J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2016, 45(4): 772–778.
- [7] 闫怡. 致密油藏水平井体积压裂产量递减研究[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2017.
- Yan Yi. Production decline analysis on volumetric fractured horizontal wells in tight reservoir [D]. Qingdao: China University of Petroleum (East China), 2017.
- [8] 田冷, 肖聪, 顾岱鸿. 考虑应力敏感与非达西效应的页岩气产能模型[J]. *天然气工业*, 2014, 34(12): 70–75.
- Tian Leng, Xiao Cong, Gu Daihong. A shale gas reservoir productivity model considering stress sensitivity and non-Darcy flow [J]. *Natural Gas Industry*, 2014, 34(12): 70–75.
- [9] Liu Y, Leung J Y, Chalaturnyk R. Geomechanical simulation of partially propped fracture closure and its implication for water flow-back and gas production [J]. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 2018, 21(2): 273–290.
- [10] 史今雄, 曾联波, 谭青松, 等. 沁水盆地南部煤层岩储层天然裂缝有效性及对煤层气开发的影响[J]. *石油与天然气地质*, 2020, 41(3): 617–626.
- Shi Jinxiang, Zeng Lianbo, Tan Qingsong, et al. Effectiveness of natural fractures in CBM reservoirs and its influence on CBM development in the southern Qinshui Basin [J]. *Oil & Gas Geology*, 2020, 41(3): 617–626.
- [11] National Research Council. Rock fractures and fluid flow: Contemporary understanding and applications [M]. Washington, D. C.: National Academies Press, 1996.
- [12] Lee S D, Harrison J P. Empirical parameters for non-linear fracture stiffness from numerical experiments of fracture closure [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2001, 38(5): 721–727.
- [13] Myshakin E, Siriwardane H, Hulcher C, et al. Numerical simulations of vertical growth of hydraulic fractures and brine migration in geological formations above the Marcellus shale [J]. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2015, 27: 531–544.
- [14] Karimi-Fard M, Durlofsky L J, Aziz K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators [J]. *SPE Journal*, 2004, 9(2): 227–236.
- [15] Fang W, Liu C, Li J, et al. A discrete modeling framework for reservoirs with complex fractured media: Theory, validation and case studies [J]. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2018, 170: 945–957.
- [16] Al-Hinai O, Wheeler M F, Yotov I. A generalized mimetic finite difference method and two-point flux schemes over Voronoi diagrams [J]. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 2017, 51(2): 679–706.

(编辑 张 晟)